

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

МБОУ "СОШ №9" города Обнинска

РАССМОТРЕНО

На заседании ШМО

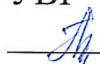
 / Шишлякова О.И.

Протокол № 1

от «31» августа 2023 г.

СОГЛАСОВАНО

Заместитель директора по
УВР

 / Григорьева А.Ю.

УТВЕРЖДЕНО

Директор МБОУ

«СОШ №9» г. Обнинска

 / Шатова С.С.

Приказ № 63 ОД

от «31» августа 2023 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

учебного предмета «Геометрия (углубленный уровень)»

для обучающихся 10-11 классов

Обнинск 2023

1. Содержание учебного курса

10 класс

Прямые и плоскости в пространстве

Основные понятия стереометрии. Точка, прямая, плоскость, пространство. Понятие об аксиоматическом построении стереометрии: аксиомы стереометрии и следствия из них.

Взаимное расположение прямых в пространстве: пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Признаки скрещивающихся прямых. Параллельность прямых и плоскостей в пространстве: параллельные прямые в пространстве; параллельность трёх прямых; параллельность прямой и плоскости. Параллельное и центральное проектирование, изображение фигур. Основные свойства параллельного проектирования. Изображение фигур в параллельной проекции. Углы с сонаправленными сторонами; угол между прямыми в пространстве. Параллельность плоскостей: параллельные плоскости; свойства параллельных плоскостей. Простейшие пространственные фигуры на плоскости: тетраэдр, параллелепипед; построение сечений.

Перпендикулярность прямой и плоскости: перпендикулярные прямые в пространстве, прямые параллельные и перпендикулярные к плоскости, признак перпендикулярности прямой и плоскости, теорема о прямой перпендикулярной плоскости. Ортогональное проектирование. Перпендикуляр и наклонные: расстояние от точки до плоскости, расстояние от прямой до плоскости, проекция фигуры на плоскость. Перпендикулярность плоскостей: признак перпендикулярности двух плоскостей. Теорема о трёх перпендикулярах.

Углы в пространстве: угол между прямой и плоскостью; двугранный угол, линейный угол двугранного угла. Трёхгранный и многогранные углы. Свойства плоских углов многогранного угла. Свойства плоских и двугранных углов трёхгранного угла. Теоремы косинусов и синусов для трёхгранного угла.

Многогранники

Виды многогранников; развёртка многогранника. Призма: n -угольная призма; прямая и наклонная призмы; боковая и полная поверхность призмы. Параллелепипед, прямоугольный параллелепипед и его свойства. Кратчайшие пути на поверхности многогранника. Теорема Эйлера. Пространственная теорема Пифагора. Пирамида: n -угольная пирамида; правильная и усечённая пирамиды. Свойства рёбер и боковых граней правильной пирамиды. Правильные многогранники: правильная призма и правильная пирамида; правильная треугольная пирамида и правильный тетраэдр; куб. Представление о правильных многогранниках: октаэдр, додекаэдр и икосаэдр.

Вычисление элементов многогранников: рёбра, диагонали, углы. Площадь боковой поверхности и полной поверхности прямой призмы, площадь оснований, теорема о боковой поверхности прямой призмы. Площадь боковой поверхности и поверхности правильной пирамиды, теорема о площади усечённой пирамиды.

Симметрия в пространстве. Элементы симметрии правильных многогранников. Симметрия в правильном многограннике: симметрия параллелепипеда, симметрия правильных призм, симметрия правильной пирамиды.

Векторы и координаты в пространстве

Понятия: вектор в пространстве; нулевой вектор, длина ненулевого вектора; векторы коллинеарные, сонаправленные и противоположно направленные векторы. Равенство векторов. Действия с векторами: сложение и вычитание векторов; сумма нескольких векторов; умножение вектора на число. Свойства сложения векторов. Свойства умножения вектора на число. Понятие компланарные векторы. Признак компланарности трёх векторов. Правило параллелепипеда. Теорема о разложении вектора по трём некомпланарным векторам. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Связь между координатами вектора и координатами точек. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов.

11 класс

Тела вращения

Понятия: цилиндрическая поверхность, коническая поверхность, сферическая поверхность, образующие поверхностей. Тела вращения: цилиндр, конус, усечённый конус, сфера, шар. Взаимное расположение сферы и плоскости; касательная плоскость к сфере. Изображение тел вращения на плоскости. Развёртка цилиндра и конуса. Симметрия сферы и шара.

Объём. Основные свойства объёмов тел. Теорема об объёме прямоугольного параллелепипеда и следствия из неё. Объём прямой и наклонной призмы, цилиндра, пирамиды и конуса. Объём шара и шарового сегмента.

Комбинации тел вращения и многогранников. Призма, вписанная в цилиндр, описанная около цилиндра. Пересечение сферы и шара с плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Понятие многогранника, описанного около сферы, сферы, вписанной в многогранник или тело вращения.

Площадь поверхности цилиндра, конуса; площадь сферы и её частей; Подобие в пространстве. Отношение объёмов, площадей поверхностей подобных фигур. Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.

Построение сечений многогранников и тел вращения: сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения шара; методы построения сечений: метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости.

Векторы и координаты в пространстве

Векторы в пространстве. Операции над векторами. Векторное умножение векторов. Свойства векторного умножения. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Разложение вектора по базису. Координатно-векторный метод при решении геометрических задач.

Движения в пространстве

Движения пространства. Отображения. Движения и равенство фигур. Общие свойства движений. Виды движений: параллельный перенос, центральная симметрия, зеркальная симметрия, поворот вокруг прямой. Преобразования подобия. Прямая и сфера Эйлера.

2. Планируемые результаты

Личностные результаты

Личностные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются:

Гражданское воспитание:

сформированностью гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и пр.), умением взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением.

Патриотическое воспитание:

сформированностью российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики.

Духовно-нравственное воспитание:

осознанием духовных ценностей российского народа; сформированностью нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного; осознанием личного вклада в построение устойчивого будущего.

Эстетическое воспитание:

эстетическим отношением к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений; восприимчивостью к математическим аспектам различных видов искусства.

Физическое воспитание:

сформированностью умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственного отношения к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность); физического совершенствования при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью.

Трудовое воспитание:

готовностью к труду, осознанием ценности трудолюбия; интересом к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умением совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы; готовностью и способностью к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни; готовностью к активному участию в решении практических задач математической направленности.

Экологическое воспитание:

сформированностью экологической культуры, пониманием влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознанием глобального характера экологических проблем; ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды.

Ценности научного познания:

сформированностью мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, пониманием математической науки как сферы

человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации; овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира; готовностью осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

Метапредметные результаты

Метапредметные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются овладением универсальными познавательными действиями, универсальными коммуникативными действиями, универсальными регулятивными действиями.

1) Универсальные познавательные действия, обеспечивают формирование базовых когнитивных процессов обучающихся (освоение методов познания окружающего мира; применение логических, исследовательских операций, умений работать с информацией).

Базовые логические действия:

- выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями; формулировать определения понятий; устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

- воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие; условные;

- выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях; предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

- делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

- проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры; обосновывать собственные суждения и выводы;

- выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

- использовать вопросы как исследовательский инструмент познания; формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

- проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

- самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведенного наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

- прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

- выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;

- выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;
- структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;
- оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

2) Универсальные коммуникативные действия, обеспечивают сформированность социальных навыков обучающихся.

Общение:

- воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения; ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;
- в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения; сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций; в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;
- представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта; самостоятельно выбирать формат выступления с учетом задач презентации и особенностей аудитории.

Сотрудничество:

- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач; принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы; обобщать мнения нескольких людей;
- участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, «мозговые штурмы» и т.п.); выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды; оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

3) Универсальные регулятивные действия, обеспечивают формирование смысловых установок и жизненных навыков личности.

Самоорганизация:

- составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль:

- владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов; владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;
- предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

- оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

Предметные результаты

Освоение учебного курса «Геометрия» на уровне среднего общего образования должно обеспечивать достижение следующих предметных образовательных результатов:

10 класс

- Свободно оперировать основными понятиями стереометрии при решении задач и проведении математических рассуждений.
- Применять аксиомы стереометрии и следствия из них при решении геометрических задач.
- Классифицировать взаимное расположение прямых в пространстве; плоскостей в пространстве; прямых и плоскостей в пространстве.
- Свободно оперировать понятиями, связанными с углами в пространстве: между прямыми в пространстве; между прямой и плоскостью.
- Свободно оперировать понятиями, связанными с многогранниками.
- Свободно распознавать основные виды многогранников (призма, пирамида, прямоугольный параллелепипед, куб).
- Классифицировать многогранники, выбирая основания для классификации.
- Свободно оперировать понятиями, связанными с сечением многогранников плоскостью.
- Выполнять параллельное, центральное и ортогональное проектирование фигур на плоскость; выполнять изображения фигур на плоскости.
- Строить сечения многогранников различными методами, выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу.
- Вычислять площади поверхностей многогранников (призма, пирамида), геометрических тел с применением формул.
- Свободно оперировать понятиями: симметрия в пространстве; центр, ось и плоскость симметрии; центр, ось и плоскость симметрии фигуры.
- Свободно оперировать понятиями, соответствующими векторам и координатам в пространстве.
- Выполнять действия над векторами.
- Решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин, применяя известные методы при решении математических задач повышенного и высокого уровня сложности.
- Применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач.
- Извлекать, преобразовывать и интерпретировать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках.
- Применять полученные знания на практике: сравнивать и анализировать реальные ситуации, применять изученные понятия в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин.

- Иметь представления об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий.

11 класс

- Свободно оперировать понятиями, связанными с цилиндрической, конической и сферической поверхностями; объяснять способы получения.

- Оперировать понятиями, связанными с телами вращения: цилиндром, конусом, сферой и шаром.

- Распознавать тела вращения (цилиндр, конус, сфера и шар) и объяснять способы получения тел вращения.

- Классифицировать взаимное расположение сферы и плоскости.

- Вычислять величины элементов многогранников и тел вращения; объёмы и площади поверхностей многогранников и тел вращения, геометрических тел с применением формул.

- Свободно оперировать понятиями, связанными с комбинациями тел вращения и многогранников: многогранник, вписанный в сферу и описанный около сферы; сфера, вписанная в многогранник или тело вращения.

- Вычислять соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел.

- Изображать изучаемые фигуры; выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу; строить сечения тел вращения.

- Извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках.

- Свободно оперировать понятием вектор в пространстве.

- Выполнять операции над векторами.

- Задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат.

- Решать геометрические задачи на вычисление углов между прямыми и плоскостями; вычисление расстояний от точки до плоскости; в целом, на применение векторно-координатного метода при решении.

- Свободно оперировать понятиями, связанными с движением в пространстве; знать свойства движений.

- выполнять изображения многогранником и тел вращения при параллельном переносе, центральной симметрии, зеркальной симметрии, при повороте вокруг прямой; преобразования подобия.

- Строить сечения многогранников и тел вращения: сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения шара.

- Использовать методы построения сечений: метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости.

- Доказывать геометрические утверждения.

- Применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной и неявной форме.

- Решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин.

- Применять программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач.

- Применять полученные знания на практике: сравнивать, анализировать и оценивать реальные ситуации; применять изученные понятия, теоремы, свойства в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин.

- Иметь представления об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий.

3. Тематическое планирование

10 класс

Название раздела (темы) курса (количество часов)	Основное содержание	Основные виды деятельности учащихся
Введение в стереометрию (24 ч)	<p>Основные пространственные фигуры. Понятия стереометрии: точка, прямая, плоскость, пространство. Основные правила изображения на рисунке плоскости, параллельных прямых (отрезков), середины отрезка. Понятия: пересекающиеся плоскости, пересекающиеся прямая и плоскость; полупространство. Многогранники, изображение простейших пространственных фигур, несуществующих объектов. Аксиомы стереометрии и первые следствия из них. Способы задания прямых и плоскостей в пространстве. Обозначения прямых и плоскостей. Сечения. Изображение сечений пирамиды, куба и призмы, которые проходят через их рёбра. Изображение пересечения полученных плоскостей. Раскрашивание построенных сечений разными цветами. Метод следов для построения сечений. Свойства пересечений прямых и плоскостей. Построение сечений в пирамиде, кубе по трём точкам на рёбрах. Создание выносных чертежей и запись шагов построения.</p>	<p>Определять плоскость как фигуру, в которой выполняется планиметрия. Делать простейшие логические выводы из аксиоматики плоскости. Приводить примеры реальных объектов, идеализацией которых являются аксиомы геометрии. Изучать, применять принципы построения сечений. Использовать для построения сечений метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости. Решать стереометрические задачи: на определение вида сечения и нахождение его площади. Актуализировать факты и методы планиметрии, релевантные теме, проводить аналогии. Использовать при решении задач следующие планиметрические факты и методы: Теоремы Фалеса и о пропорциональных отрезках. Алгоритм деления отрезка на n равных частей. Теорема Менелая. Равнобедренный треугольник. Равносторонний треугольник. Прямоугольный треугольник. Свойство средней линии треугольника. Свойство биссектрисы угла треугольника. Свойство медиан треугольника. Признаки подобия треугольников. Получать представления об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий</p>

	<p>Повторение планиметрии. Теорема о пропорциональных отрезках. Подобие треугольников. Теорема Менелая. Расчёты в сечениях на выносных чертежах. История развития планиметрии и стереометрии</p>	
<p>Взаимное расположение прямых в пространстве (6 ч)</p>	<p>Взаимное расположение прямых в пространстве. Скрещивающиеся прямые. Признаки скрещивающихся прямых. Параллельные прямые в пространстве. Теорема о существовании и единственности прямой параллельной данной прямой, проходящей через точку пространства и не лежащей на данной прямой. Лемма о пересечении параллельных прямых плоскостью. Параллельность трех прямых. Теорема о трёх параллельных прямых. Теорема о скрещивающихся прямых. Параллельное проектирование. Основные свойства параллельного проектирования. Изображение разных фигур в параллельной проекции. Центральная проекция. Угол с сонаправленными сторонами. Угол между прямыми. Задачи на доказательство и исследование, связанные с расположением прямых в пространстве</p>	<p>Классифицировать взаимное расположение прямых в пространстве, иллюстрируя рисунками и приводя примеры из реальной жизни. Доказывать теорему о существовании и единственности параллельной прямой, проходящей через точку пространства и не лежащей на другой прямой; лемму о пересечении плоскости двумя параллельными прямыми; теорему о трёх параллельных прямых. Доказывать признак скрещивающихся прямых, теорему о скрещивающихся прямых. Доказывать теорему о равенстве углов с сонаправленными сторонами. Объяснять, что называется параллельным и центральным проектированием и как выполняется проектирование фигур на плоскость. Доказывать свойства параллельного проектирования. Изображать в параллельной проекции разные геометрические фигуры. Решать стереометрические задачи на доказательство и исследование, связанные с расположением прямых в пространстве. Проводить доказательные рассуждения при решении геометрических задач, связанных со взаимным расположением прямых в пространстве. Сравнивать, анализировать и оценивать утверждения с целью выявления логически корректных и некорректных рассуждений. Моделировать реальные ситуации, связанные со взаимным расположением прямых в пространстве, на языке геометрии. Исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, цифровых ресурсов. Получать представление о</p>

<p>Параллельность прямых и плоскостей в пространстве (8 ч)</p>	<p>Понятия: параллельность прямой и плоскости в пространстве.</p> <p>Признак параллельности прямой и плоскости. Свойства параллельности прямой и плоскости.</p> <p>Геометрические задачи на вычисление и доказательство, связанные с параллельностью прямых и плоскостей в пространстве.</p> <p>Построение сечения, проходящего через данную прямую на чертеже и параллельного другой прямой. Расчёт отношений.</p> <p>Параллельная проекция, применение для построения сечений куба и параллелепипеда.</p> <p>Свойства параллелепипеда и призмы.</p> <p>Параллельные плоскости. Признаки параллельности двух плоскостей. Теорема о параллельности и единственности плоскости, проходящей через точку, не принадлежащую данной плоскости и следствия из неё.</p> <p>Свойства параллельных плоскостей: о параллельности прямых пересечения при пересечении двух параллельных плоскостей третьей; об отрезках параллельных прямых, заключённых между параллельными плоскостями; о пересечении прямой с двумя параллельными плоскостями</p>	<p>центральном проектировании и об истории работ по теории перспективы</p> <p>Классифицировать взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве, приводя соответствующие примеры из реальной жизни.</p> <p>Формулировать определение параллельных прямой и плоскости.</p> <p>Доказывать признак о параллельности прямой и плоскости; свойства параллельности прямой и плоскости.</p> <p>Решать стереометрические задачи вычисления и доказательство, связанные с параллельностью прямых и плоскостей в пространстве.</p> <p>Решать практические задачи на построение сечений на чертежах тетраэдра и параллелепипеда.</p> <p>Решать стереометрические задачи, связанные с построением сечений плоскостью.</p> <p>Проводить логически корректные доказательные рассуждения при решении геометрических задач связанных с параллельностью плоскостей.</p> <p>Сравнивать и анализировать реальные ситуации, связанные с параллельностью прямой и плоскости в пространстве; моделировать реальные ситуации, связанные с параллельностью прямой и плоскости в пространстве, на языке геометрии</p>
<p>Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве (26 ч)</p>	<p>Повторение: теорема Пифагора на плоскости, тригонометрия прямоугольного треугольника.</p> <p>Свойства куба и прямоугольного параллелепипеда. Вычисление длин отрезков в кубе и прямоугольном параллелепипеде.</p> <p>Перпендикулярность прямой и плоскости. Признак перпендикулярности прямой и</p>	<p>Актуализировать факты и методы планиметрии, релевантные теме, проводить аналогии.</p> <p>Формулировать определения: перпендикулярных прямых в пространстве; определение прямой, перпендикулярной к плоскости.</p> <p>Доказывать: лемму о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей прямой; теоремы о связи между параллельностью прямых и их перпендикулярностью к плоскости.</p>

	<p>плоскости. Теорема о существовании и единственности прямой, проходящей через точку пространства и перпендикулярной к плоскости. Плоскости и перпендикулярные им прямая в многогранниках.</p> <p>Перпендикуляр и наклонная. Построение перпендикуляра из точки на прямую.</p> <p>Теорема о трёх перпендикулярах (прямая и обратная).</p> <p>Угол между скрещивающимися прямыми. Поиск перпендикулярных прямых с помощью перпендикулярных плоскостей</p> <p>Ортогональное проектирование.</p> <p>Построение сечений куба, призмы, правильной пирамиды с помощью ортогональной проекции.</p> <p>Симметрия в пространстве относительно плоскости. Плоскости симметрий в многогранниках. Признак перпендикулярности прямой и плоскости как следствие симметрии. Правильные многогранники</p> <p>Расчёт расстояний от точки до плоскости. Способы опустить перпендикуляры: симметрия, сдвиг точки по параллельной прямой. Сдвиг по непараллельной прямой, изменение расстояний</p>	<p>Доказывать: теорему, выражающую признак перпендикулярности прямой и плоскости; теорему о существовании и единственности прямой, проходящей через данную точку и перпендикулярной к данной плоскости.</p> <p>Изображать взаимно перпендикулярные прямую и плоскость.</p> <p>Формулировать свойство перпендикуляра по отношению к плоскости.</p> <p>Получать представление о значении перпендикуляра для других областей науки (физика, энергетика, лазерные технологии), в реальной жизни (техника, окружающая обстановка).</p> <p>Доказывать утверждения, связанные с проекцией прямой на плоскость, неперпендикулярную к этой прямой.</p> <p>Доказывать теорему о трёх перпендикулярах и теорему обратную теореме о трёх перпендикулярах.</p> <p>Получать представление об ортогональном проектировании.</p> <p>Доказывать теорему о проекции точки на прямую.</p> <p>Решать стереометрические задачи, связанные с перпендикулярностью прямой и плоскости.</p> <p>Решать прикладные задачи, связанные с нахождением геометрических величин.</p> <p>Решать стереометрические задачи, связанные с применением теоремы о трёх перпендикулярах, нахождением расстояний, построением проекций.</p> <p>Сравнивать и анализировать утверждения с целью выявления логически корректных и некорректных рассуждений.</p> <p>Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации, связанные с перпендикулярностью прямой и плоскости; исследовать построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры</p>
<p>Углы и расстояния (16 ч)</p>	<p>Повторение: угол между прямыми на плоскости, тригонометрия в произвольном треугольнике, теорема косинусов.</p> <p>Повторение: угол между скрещивающимися прямыми в пространстве. Геометрические методы вычисления угла между прямыми в многогранниках.</p>	<p>Актуализировать факты и методы планиметрии, релевантные теме, проводить аналогии.</p> <p>Формулировать определение двугранного угла.</p> <p>Доказывать свойство равенства всех линейных углов двугранного угла.</p> <p>Классифицировать двугранные углы в зависимости от их градусной меры.</p>

	<p>Двугранный угол. Свойство линейных углов двугранного угла.</p> <p>Перпендикулярные плоскости.</p> <p>Свойства взаимно перпендикулярных плоскостей. Признак перпендикулярности плоскостей; теорема о прямой пересечения двух плоскостей перпендикулярных третьей плоскости.</p> <p>Прямоугольный параллелепипед; куб; измерения, свойства прямоугольного параллелепипеда. Теорема о диагонали прямоугольного параллелепипеда и следствие из неё.</p> <p>Стереометрические и прикладные задачи, связанные со взаимным расположением прямых и плоскости.</p> <p>Повторение: скрещивающиеся прямые, параллельные плоскости в стандартных многогранниках.</p> <p>Пара параллельных плоскостей на скрещивающихся прямых, расстояние между скрещивающимися прямыми в простых ситуациях.</p> <p>Опускание перпендикуляров, вычисление расстояний от точки до точки; прямой; плоскости.</p> <p>Вычисление расстояний между скрещивающимися прямыми с помощью перпендикулярной плоскости.</p> <p>Трёхгранный угол, неравенства для трёхгранных углов.</p> <p>Теорема Пифагора, теоремы косинусов и синусов для трёхгранного угла. Элементы сферической геометрии: геодезические линии на Земле</p>	<p>Формулировать определение взаимно перпендикулярных плоскостей.</p> <p>Доказывать теорему о признаке перпендикулярности двух плоскостей.</p> <p>Формулировать следствие (из признака) о перпендикулярности плоскости, которая перпендикулярна прямой, по которой пересекаются две плоскости, эти плоскостям.</p> <p>Доказывать утверждения о его свойствах; теорему и следствие из неё о диагоналях прямоугольного параллелепипеда.</p> <p>Решать стереометрические задачи, связанные с перпендикулярность прямых и плоскостей, используя планиметрические факты и методы.</p> <p>Проводить логически корректные доказательные рассуждения при решении геометрических задач, связанных с перпендикулярностью плоскостей.</p> <p>Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации, связанные с перпендикулярностью прямых и плоскостей.</p> <p>Исследовать построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры.</p> <p>Решать прикладные задачи, связанные с нахождением геометрических величин</p>
<p>Многогранники (7 ч)</p>	<p>Систематизация знаний: Многогранник и его элементы. Пирамида. Виды пирамид. Правильная пирамида.</p> <p>Призма. Прямая и наклонная призмы. Правильная призма. Прямой</p>	<p>Работать с учебником: задавать вопросы, делать замечания, комментарии.</p> <p>Анализировать решение задачи.</p> <p>Рисовать выпуклые многогранники с заданными свойствами; восстанавливать общий</p>

	<p>параллелепипед, прямоугольный параллелепипед, куб.</p> <p>Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера. Правильные и полуправильные многогранники</p>	<p>вид выпуклого многогранника по двум его проекциям.</p> <p>Доказывать свойства выпуклого многогранника.</p> <p>Рисовать выпуклые многогранники с разной эйлеровой характеристикой; исследовать возможности получения результата при варьировании данных.</p> <p>Доказывать свойства правильных многогранников. Планировать построение правильных многогранников на поверхностях других правильных многогранников</p>
<p>Векторы в пространстве (13 ч)</p>	<p>Понятие вектора на плоскости и в пространстве.</p> <p>Сумма и разность векторов, правило параллелепипеда, умножение вектора на число, разложение вектора по базису трёх векторов, не лежащих в одной плоскости.</p> <p>Скалярное произведение, вычисление угла между векторами в пространстве.</p> <p>Простейшие задачи с векторами</p>	<p>Актуализировать факты и методы планиметрии, релевантные теме, проводить аналогии.</p> <p>Оперировать понятиями: вектор на плоскости и в пространстве; компланарные векторы. Приводить примеры физических векторных величин.</p> <p>Осваивать правила выполнения действий сложения и вычитания векторов, умножения вектора на число.</p> <p>Доказывать признак компланарности трёх векторов.</p> <p>Доказывать теорему о разложении любого вектора по трём данным некопланарным векторам.</p> <p>Применять правила выполнения действий сложения и вычитания векторов, умножения вектора на число при решении задач.</p> <p>Находить координаты вектора в данном базисе и строить вектор по его координатам.</p> <p>Вспомнить определение скалярного умножения и его свойства. Вычислять с помощью скалярного умножения длины векторов, углы между ними, устанавливать перпендикулярность векторов.</p> <p>Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации, связанные с физическими векторными величинами.</p> <p>Использовать при решении задач, связанных с векторами в пространстве, планиметрические факты и методы</p>
<p>Движения (5 ч)</p>	<p>Движения пространства. Отображения. Движения и равенство фигур. Общие свойства движений. Виды движений: параллельный перенос, центральная симметрия, зеркальная</p>	<p>Свободно оперировать понятиями: отображение пространства на себя, движение пространства; центральная, осевая и зеркальная симметрии, параллельный перенос; равенство и подобие фигур.</p>

	<p>симметрия, поворот вокруг прямой. Преобразования подобия. Прямая и сфера Эйлера.</p> <p>Геометрические задачи на применение движения</p>	<p>Доказывать утверждения о том, что центральная, осевая и зеркальная симметрии, параллельный перенос являются движениями. Выполнять преобразования подобия.</p> <p>Оперировать понятиями: прямая и сфера Эйлера.</p> <p>Решать геометрические задачи с использованием движений.</p> <p>Использовать при решении задач движения пространства и их свойства.</p> <p>Сравнивать и анализировать утверждения с целью выявления логически корректных и некорректных рассуждений.</p> <p>Исследовать построенные модели.</p> <p>Использовать цифровые ресурсы</p>
--	---	--

11 класс

Название раздела (темы) курса (количество часов)	Основное содержание	Основные виды деятельности учащихся
<p>Аналитическая геометрия (15 ч)</p>	<p>Повторение: координаты вектора на плоскости и в пространстве, скалярное произведение векторов, вычисление угла между векторами в пространстве. Уравнение прямой, проходящей через две точки.</p> <p>Уравнение плоскости, нормаль, уравнение плоскости в отрезках</p> <p>Векторное произведение. Линейные неравенства, линейное программирование</p> <p>Аналитические методы расчёта угла между прямыми и плоскостями в многогранниках. Формула расстояния от точки до плоскости в координатах.</p> <p>Нахождение расстояний от точки до плоскости в кубе и правильной пирамиде</p>	<p>Актуализировать факты и методы планиметрии, релевантные теме, проводить аналогии.</p> <p>Сводить действия с векторами к аналогичным действиям с их координатами.</p> <p>Вспомнить определение скалярного произведения и его свойства. Вычислять с помощью скалярного произведения длины векторов, углы между ними, устанавливать перпендикулярность векторов.</p> <p>Выводить уравнение плоскости и формулу расстояния от точки до плоскости.</p> <p>Решать задачи, сочетая координатный и векторный методы.</p> <p>Проводить логически корректные доказательные рассуждения при решении геометрических задач на применение векторно-координатного метода.</p> <p>Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации, связанные векторами и координатами.</p> <p>Исследовать построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры.</p> <p>Использовать компьютерные программы.</p> <p>Знакомиться с историей развития математики</p>

<p>Повторение, обобщение и систематизация знаний (15 часов)</p>	<p>Сечения многогранников: стандартные многогранники, метод следов, стандартные плоскости, пересечения прямых и плоскостей</p> <p>Параллельные прямые и плоскости: параллельные сечения, расчёт отношений, углы между скрещивающимися прямыми</p> <p>Перпендикулярные прямые и плоскости: стандартные пары перпендикулярных плоскостей и прямых, симметрии многогранников, теорема о трех перпендикулярах, вычисления длин в многогранниках</p> <p>Повторение: площади многоугольников, формулы для площадей, соображения подобия.</p> <p>Площади сечений многогранников: площади поверхностей, разрезания на части, соображения подобия</p>	<p>Строить сечения.</p> <p>Решать стереометрические задачи на доказательство математических отношений, нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов).</p> <p>Использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы.</p> <p>Проводить логически корректные доказательные рассуждения при решении стереометрических задач.</p> <p>Сравнивать и анализировать реальные ситуации и выявлять возможность её моделирования на языке геометрии.</p> <p>Моделировать реальную ситуацию на языке геометрии и исследовать построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры.</p> <p>Использовать компьютерные программы при решении задач.</p>
<p>Объём многогранника (17 ч)</p>	<p>Объём тела. Объём прямоугольного параллелепипеда. Задачи об удвоении куба, о квадратуре куба; о трисекции угла.</p> <p>Стереометрические задачи, связанные с объёмом прямоугольного параллелепипеда.</p> <p>Прикладные задачи, связанные с вычислением объёма прямоугольного параллелепипеда.</p> <p>Объём прямой призмы.</p> <p>Стереометрические задачи, связанные с вычислением объёмов прямой призмы. Прикладные задачи, связанные с объёмом прямой призмы.</p> <p>Вычисление объёмов тел с помощью определённого интеграла. Объём наклонной призмы, пирамиды.</p> <p>Формула объёма пирамиды. Отношение объёмов пирамид с общим углом.</p> <p>Стереометрические задачи, связанные с объёмами наклонной призмы, пирамиды.</p> <p>Прикладные задачи по теме «Объёмы тел», связанные с</p>	<p>Свободно оперировать понятиями: объём тела, объём прямоугольного параллелепипеда.</p> <p>Формулировать основные свойства объёмов.</p> <p>Доказывать теорему об объёме прямоугольного параллелепипеда, следствия из неё.</p> <p>Разрезать многогранники, перекладывать части.</p> <p>Решать стереометрические задачи, связанные с вычислением объёма прямоугольного параллелепипеда, призмы.</p> <p>Сравнивать и анализировать утверждения с целью выявления логически корректных и некорректных рассуждений.</p> <p>Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации, связанные с объёмом прямоугольного параллелепипеда, призмы, пирамиды.</p> <p>Исследовать построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры.</p> <p>Выводить основную интегральную формулу для вычисления объёмов тел.</p> <p>Доказывать теорему об объёме наклонной призмы на примере треугольной призмы и для произвольной призмы.</p>

	<p>объёмом наклонной призмы, пирамиды.</p> <p>Применение объёмов.</p> <p>Вычисление расстояния до плоскости</p>	<p>Доказывать теорему: об объёме пирамиды, формулировать следствия из нее: объём усечённой пирамиды. Выводить формулу для вычисления объёмов усечённой пирамиды</p>
<p>Тела вращения. Сфера и шар. Комбинация тел вращения и многогранников (24 ч)</p>	<p>Цилиндрическая поверхность, образующие цилиндрической поверхности.</p> <p>Цилиндр. Прямой круговой цилиндр. Площадь поверхности цилиндра.</p> <p>Коническая поверхность, образующие конической поверхности. Конус. Сечение конуса плоскостью, параллельной плоскости основания. Усечённый конус. Изображение конусов и усечённых конусов.</p> <p>Площадь боковой поверхности и полной поверхности конуса.</p> <p>Стереометрические задачи на доказательство и вычисление, построением сечений цилиндра, конуса.</p> <p>Прикладные задачи, связанные с цилиндром</p> <p>Сфера и шар.</p> <p>Пересечение сферы и шара с плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Вид и изображение шара.</p> <p>Уравнение сферы. Площадь сферы и её частей.</p> <p>Симметрия сферы и шара.</p> <p>Стереометрические задачи на доказательство и вычисление, связанные со сферой и шаром, построением их сечений плоскостью.</p> <p>Прикладные задачи, связанные со сферой и шаром.</p> <p>Повторение: окружность на плоскости, вычисления в окружности, стандартные подобию</p> <p>Различные комбинации тел вращения и многогранников.</p> <p>Задачи по теме «Тела и поверхности вращения»</p>	<p>Свободно оперировать понятиями: цилиндрическая поверхность, цилиндр. Изучать способы получения цилиндрической поверхности, цилиндра.</p> <p>Изображать цилиндр и его сечения плоскостью.</p> <p>Свободно оперировать понятиями: коническая поверхность, конус, усечённый конус. Изучать способы получения конической поверхности, конуса.</p> <p>Изображать конус и его сечения плоскостью, проходящей через ось, и плоскостью, перпендикулярной к оси.</p> <p>Выводить формулы для вычисления боковой и полной поверхностей тел вращения.</p> <p>Решать стереометрические задачи, связанные с телами вращения, нахождением площади боковой и полной поверхности, построением сечений.</p> <p>Использовать при решении задач планиметрические факты и методы.</p> <p>Сравнивать и анализировать утверждения с целью выявления логически корректных и некорректных рассуждений.</p> <p>Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации, связанные с конусом и цилиндром.</p> <p>Исследовать построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры</p> <p>Актуализировать факты и методы планиметрии, релевантные теме, проводить аналогии.</p> <p>Свободно оперировать понятиями: сфера и шар, центр, радиус, диаметр сферы и шара.</p> <p>Исследовать взаимное расположение сферы и плоскости.</p> <p>Формулировать определение касательной плоскости к сфере.</p> <p>Доказывать теоремы о свойстве и признаке касательной плоскости.</p> <p>Выводить формулу для вычисления площади сферы через радиус сферы.</p> <p>Решать стереометрические задачи, связанные со сферой и шаром, нахождением площади сферы и её</p>

		<p>частей, построением сечений сферы и шара.</p> <p>Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации, связанные с шаром и сферой.</p> <p>Решать простые задачи, в которых фигурируют комбинации тел вращения и многогранников.</p> <p>Использовать при решении задач, связанных со сферой и шаром, планиметрические факты и методы.</p> <p>Решать стереометрические задачи, связанные с телами вращения, построением сечений тел вращения, с комбинациями тел вращения и многогранников.</p> <p>Проводить логически корректные доказательные рассуждения при решении геометрических задач, связанных с перпендикулярностью плоскостей.</p> <p>Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации, связанные с многогранниками.</p> <p>Исследовать построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры.</p>
--	--	---

<p>Площади поверхности и объёмы круглых тел (9 ч)</p>	<p>Объём цилиндра. Теорема об объёме прямого цилиндра.</p> <p>Площади боковой и полной поверхности цилиндра.</p> <p>Вычисление объёмов тел с помощью определённого интеграла. Объём конуса.</p> <p>Площади боковой и полной поверхности конуса.</p> <p>Стереометрические задачи, связанные с вычислением объёмов цилиндра, конуса.</p> <p>Прикладные задачи по теме «Объёмы и площади поверхностей тел.</p> <p>Объём шара и шарового сектора. Теорема об объёме шара. Площадь сферы.</p> <p>Стереометрические задачи, связанные с вычислением объёмов шара, шарового сегмента, шарового сектора.</p> <p>Прикладные задачи по теме «Объёмы тел», связанные с объёмом шара и площадью сферы.</p> <p>Соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел.</p> <p>Подобные тела в пространстве.</p> <p>Изменение объёма при подобии.</p> <p>Стереометрические задачи, связанные с вычислением объёмов тел и площадей поверхностей</p>	<p>Свободно оперировать понятиями: объём тела, площадь поверхности.</p> <p>Формулировать основные свойства объёмов.</p> <p>Доказывать теоремы: об объёме цилиндра; об объёме конуса. Выводить формулы для вычисления объёма усечённого конуса.</p> <p>Исследовать построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры.</p> <p>Знать возможности решения задач на построение циркулем и линейкой, о классических неразрешимых задачах.</p> <p>Свободно оперировать понятиями: шаровой сегмент, шаровой слой, шаровой сектор, основание и высота сегмента, основание и высота шарового слоя.</p> <p>Выводить формулы для нахождения объёмов шарового сегмента, шарового сектора, площади сферы.</p> <p>Доказывать теорему об объёме шара.</p> <p>Решать стереометрические задачи, связанные с объёмом шара, шарового сегмента, шарового сектора, площадью сферы.</p> <p>Сравнивать и анализировать утверждения с целью выявления логически корректных и некорректных рассуждений.</p> <p>Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации, связанные с объёмом шара, шарового сегмента, шарового сектора, площадью сферы.</p> <p>Свободно оперировать понятием: подобные тела в пространстве.</p> <p>Вычислять объёмы тел с помощью определённого интеграла.</p> <p>Решать стереометрические задачи, связанные с соотношениями между площадями поверхностей и объёмами подобных тел.</p> <p>Проводить логически корректные доказательные рассуждения при решении геометрических задач, связанных с вычислением объёмов тел с помощью определённого интеграла, нахождением соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел.</p> <p>Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации,</p>
--	--	--

		<p>связанные с объёмами и поверхностями тел, на доказательство и на нахождение геометрических величин</p>
--	--	---

<p>Повторение, обобщение и систематизация знаний (25 ч)</p>	<p>Обобщающее повторение понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний.</p> <p>История развития стереометрии как науки и её роль в развитии современных инженерных и компьютерных технологий</p>	<p>Решать стереометрические задачи на доказательство математических отношений, нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов).</p> <p>Использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы.</p> <p>Проводить логически корректные доказательные рассуждения при решении стереометрических и планиметрических задач.</p> <p>Сравнивать и анализировать реальные ситуации и выявлять возможность её моделирования на языке геометрии.</p> <p>Моделировать реальную ситуацию на языке геометрии и исследовать построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры.</p> <p>Использовать компьютерные программы при решении задач.</p> <p>Получать представление о геометрии как о развивающейся науке, исследующей окружающий мир, связанной с реальными объектами, помогающей решить реальные жизненные ситуации о роли стереометрии в развитии современных инженерных и компьютерных технологий</p>
--	---	---